



1

# Álgebra e Cálculo Relacional

Banco de Dados 1



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

A grande maioria das aplicações que desenvolvemos atualmente utilizam um banco de dados relacional o que implica na utilização de consultas para obtenção de resultados.

Para isso usamos a linguagem SQL que é a linguagem de pesquisa declarativa padrão para banco de dados relacional . Muitas das características originais do SQL foram inspiradas na álgebra relacional e neste artigo eu procuro abordar os conceitos básicos da álgebra relacional.



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

A **Álgebra Relacional** é uma linguagem de consulta formal, porém procedimental, ou seja, o usuário dá as instruções ao sistema para que o mesmo realize uma seqüência de operações na base de dados para calcular o resultado desejado.

Na terminologia formal de modelo relacional temos os seguintes conceitos:

1. Uma linha é chamada de tupla;
2. O cabeçalho da coluna é chamado de atributo;
3. Tabela é chamada de relação;
4. O tipo de dados que descreve os tipos de valores que podem aparecer em cada coluna é chamado de domínio;



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

A álgebra relacional é uma forma de cálculo sobre **conjuntos ou relações**.

A álgebra relacional recebia pouca atenção até a publicação do modelo relacional de dados de E.F Codd, em 1970. Codd propôs tal álgebra como uma base para linguagens de consulta em banco de dados.



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

Há seis operações fundamentais na álgebra relacional:

1. Seleção
2. Projeção
3. Produto cartesiano
4. União
5. Diferença entre conjuntos
6. Renomear



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

**1- Seleção ( $\sigma$ )** Selecciona tuplas (linhas) que satisfazem um certo predicado ou condição.

Indicada por ( $\sigma$ ) (letra grega sigma), é uma operação que para um conjunto inicial fornecido como argumento, produz um subconjunto estruturalmente idêntico, mas apenas com os elementos do conjunto original que atendem a uma determinada condição (chamada de predicado). A seleção pode ser entendida como uma operação que filtra as linhas de uma relação(tabela), e é uma operação unária, pois opera sobre um único conjunto de dados.

id	nome	sexo
123	Macoratti	M
234	Miriam	F
456	Jefferson	M
567	Janice	F



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

1- Seleção ( $\sigma$ ) Seleciona tuplas (linhas) que satisfazem um certo predicado ou condição.

- $(\sigma)$  nome = 'Macoratti' (Alunos)  $\implies$  produz o conjunto dos elementos de alunos que atendem ao predicado [Nome = 'Macoratti'], ou seja, representa um subconjunto dos alunos para o qual essa condição é avaliada como verdadeira.

id	nome	sexo
123	Macoratti	M

- **Resultado** – subconjunto horizontal de uma relação
- **Operadores de comparação** : =, <, <=, >, >=,
- **Operadores lógicos**: ^ (and) V (or) ¬ (not)



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

1- Seleção ( $\sigma$ ) Selecciona tuplas (linhas) que satisfazem um certo predicado ou condição.

- Selecionar as tuplas de Alunos com  $id > 123$  e  $id < 567$   
 $\sigma id > 123 \wedge id < 567$

id	nome	sexo
234	Miriam	F
456	Jefferson	M

O operador de seleção é comutativo  $\Rightarrow \sigma \langle \text{condição1} \rangle (\sigma \langle \text{condição2} \rangle)$   
 $= \sigma \langle \text{condição2} \rangle \sigma \langle \text{condição1} \rangle$



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

### 2- Projeção $\pi$ : Gera novas relações excluindo alguns atributos

Indicada por  $\pi$  (a letra grega pi) produz um conjunto onde há um elemento para cada elemento do conjunto de entrada, sendo que a estrutura dos membros do conjunto resultante é definida nos argumentos da operação. Pode ser entendida como uma operação que filtra as colunas de uma tabela. Por operar sobre apenas um conjunto de entrada é classificada como uma operação unária.

**Notação:**  $\pi$  *lista\_nome\_atributos* (Relação)



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

2- Projeção  $\pi$ : Gera novas relações excluindo alguns atributos

Ex. 1 - projete o atributo nome sobre a relação Alunos

$\Pi$  nome (Alunos)

nome
Macoratti
Miriam
Jefferson
Janice



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

**2- Projeção  $\pi$ : Gera novas relações excluindo alguns atributos**

**Ex. 2 : Descobrir o nome e o id de todos os alunos do sexo masculino**

Neste caso será necessário combinar **uma projeção com uma seleção.**

Se decidirmos projetar as colunas desejadas diretamente a partir da relação alunos, estaremos considerando também os elementos do sexo feminino o que não queremos. Como a projeção não permite descartar linhas, apenas colunas, deveremos fornecer a essa operação o subconjunto resultante de uma filtragem (*seleção*) da relação de alunos original, como mostram as figuras abaixo, que representam as relações e as operações de duas maneiras diferentes.

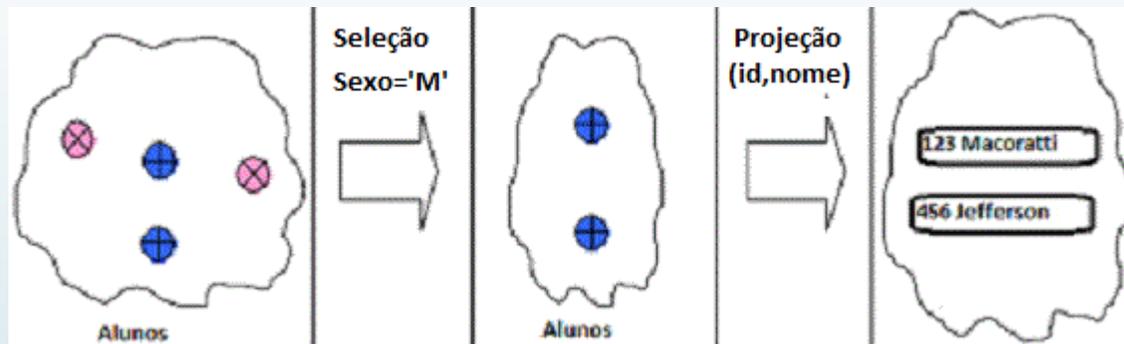


# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

2- Projeção  $\pi$ : Gera novas relações excluindo alguns atributos

Ex. 2 : Descobrir o nome e o id de todos os alunos do sexo masculino



Definindo a expressão que atende aos requisitos temos:

$\pi_{id,nome} (\sigma_{sexo = 'M'} (Alunos))$

id	nome
123	Macoratti
456	Jefferson

O operador Projeção não é comutativo.

A álgebra relacional empresta da teoria de conjuntos quatro operadores: União, Intersecção, Diferença e Produto Cartesiano que veremos a seguir.



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

**3- Produto Cartesiano X : Retorna todas as combinações de tuplas de duas R1 e R2.**

O resultado do produto cartesiano de duas relações é uma terceira relação contendo todas as combinações possíveis entre os elementos das relações originais.

Essa relação resultante possuirá um número de colunas que é igual à soma das quantidades de colunas das duas relações iniciais, e um número de linhas igual ao produto do número de suas linhas. Portanto, se fizermos o produto cartesiano de uma relação A que possua 5 colunas e 10 linhas com uma relação B onde existem 3 colunas e 8 linhas, a relação resultante terá  $5+3= 8$  colunas e  $10*8= 80$  linhas.



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

**3- Produto Cartesiano X : Retorna todas as combinações de tuplas de duas R1 e R2.**

- Total de colunas do produto cartesiano : Número colunas da primeira tabela + número de colunas da segunda tabela
- Número de linhas do produto cartesiano: Número de linhas da primeira tabela x número de linhas da segunda tabela

Assim, cada linha dessa relação corresponderá à concatenação de uma linha da primeira relação com uma linha da segunda.

Notação : relação1 x relação2 ( R1 x R2 )



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

3- Produto Cartesiano X : Retorna todas as combinações de tuplas de duas R1 e R2.

Notação : relação1 x relação2 ( R1 x R2 )

Ex 1: Descobrir o nome do aluno, sexo e o nome do curso para cada aluno

ALUNOS			
id	nome	sexo	curso
123	Macoratti	M	100
234	Miriam	F	110
456	Jefferson	M	120
567	Janice	F	100

CURSOS	
id	nome
100	Quimica
110	Inglês
120	Matemática
130	Física



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

3- Produto Cartesiano X : Retorna todas as combinações de tuplas de duas R1 e R2.

Notação : relação1 x relação2 ( R1 x R2 )

Ex 1: Descobrir o nome do aluno, sexo e o nome do curso para cada aluno

ALUNOS			
id	nome	sexo	curso
123	Macoratti	M	100
234	Miriam	F	110
456	Jefferson	M	120
567	Janice	F	100

CURSOS	
id	nome
100	Quimica
110	Inglês
120	Matemática
130	Física



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

3- Produto Cartesiano X : Retorna todas as combinações de tuplas de duas R1 e R2.

Notação : relação1 x relação2 ( R1 x R2 )

Ex 1: Descobrir o nome do aluno, sexo e o nome do curso para cada aluno

$\Pi$  nome, sexo, curso ( Alunos.curso = Cursos.id ( Alunos x Cursos) )

RESULTADO			
id	nome	sexo	nome
123	Macoratti	M	Quimica
234	Miriam	F	Inglês
456	Jefferson	M	Matemática
567	Janice	F	Quimica



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

3- Produto Cartesiano X : Retorna todas as combinações de tuplas de duas R1 e R2.

Notação : relação1 x relação2 ( R1 x R2 )

Ex 1: Descobrir o nome do aluno, sexo e o nome do curso para cada aluno

$\Pi$  nome, sexo, curso ( Alunos.curso = Cursos.id ( Alunos x Cursos ) )

Note que primeiro fizemos o produto cartesiano ( **Alunos x Cursos** ) que resulta em uma relação com **6 colunas e 16 linhas**:

id	nome	sexo	curso	id	nome
123	Macoratti	M	100	100	Quimica
123	Macoratti	M	100	110	Inglês
123	Macoratti	M	100	120	Matematica
123	Macoratti	M	100	130	Fisica
234	Miriam	F	110	100	Quimica
234	Miriam	F	110	110	Inglês
234	Miriam	F	110	120	Matematica
234	Miriam	F	1100	130	Fisica
...	...	...	...	...	...



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

3- Produto Cartesiano X : Retorna todas as combinações de tuplas de duas R1 e R2.

Notação : relação1 x relação2 ( R1 x R2 )

Ex 1: Descobrir o nome do aluno, sexo e o nome do curso para cada aluno

$\Pi$  nome, sexo, curso ( Alunos.curso = Cursos.id ( Alunos x Cursos ) )

Depois fizemos uma seleção pelo código do curso : **Alunos.curso = Cursos.id**

id	nome	sexo	curso	id	nome
123	Macoratti	M	100	100	Quimica
123	Miriam	F	110	110	Inglês
123	Jefferson	M	120	120	Matematica
123	Janice	F	100	100	Quimica



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

**3- Produto Cartesiano X : Retorna todas as combinações de tuplas de duas R1 e R2.**

**Notação : relação1 x relação2 ( R1 x R2 )**

Ex 1: Descobrir o nome do aluno, sexo e o nome do curso para cada aluno

$\Pi$  nome, sexo, curso ( Alunos.curso = Cursos.id ( Alunos x Cursos) )

Em seguida fizemos um projeção de nome, sexo e curso:

nome	sexo	nome
Macoratti	M	Quimica
Miriam	F	Inglês
Jefferson	M	Matemática
Janice	F	Quimica



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

**4- União U: Retorna a união das tuplas de duas relações R1 e R2 com eliminação automática de duplicatas;**

Produz como resultado uma Relação que contém todas as linhas da primeira Relação seguidas de todas as linhas da segunda tabela. A Relação resultante possui a mesma quantidade de colunas que as relações originais, e tem um número de linhas que é no máximo igual à soma das linhas das relações fornecidas como operandos, já que as linhas que são comuns a ambas as relações aparecem uma única vez no resultado.

**Notação: Relação1 Relação2 ( R1 R2)**

*Obs: As relações devem possuir o mesmo número de atributos.*



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

**Domínio:**  
**id = int**  
**nome = varchar(30)**  
**idade = int**  
**curso = varchar(30)**  
**setor = varchar(30)**

4- União U: Retorna a união das tuplas de duas relações R1 e R2 com eliminação automática de duplicatas;

ALUNOS			
id	nome	idade	curso
10	Macoratti	45	Quimica
20	Miriam	43	Artes
30	Bianca	21	Fisica

PROFESSORES			
id	nome	idade	setor
100	Pedro	50	Quimica
200	Maria	45	Fisica
300	Bianca	21	Artes

FUNCIONÁRIOS			
id	nome	setor	idade
10	Margarida	Quimica	46
20	Jamil	Fisica	32

A relação **Alunos é compatível com Professores mas NÃO é compatível com Funcionarios.**



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

4- União U: Retorna a união das tuplas de duas relações R1 e R2 com eliminação automática de duplicatas;

Ex1: Encontre uma relação com todos os alunos e com todos os professores:

resultado: Alunos U Professores

id	nome	idade	curso
10	Macoratti	45	Quimica
20	Miriam	43	Artes
30	Bianca	21	Fisica
100	Pedro	50	Quimica
200	Maria	45	Fisica
300	Bianca	21	Artes

A operação de união é comutativa  $\Rightarrow R1 \cup R2 = R2 \cup R1$



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

**Domínio:**  
**id = int**  
**nome = varchar(30)**  
**idade = int**  
**curso = varchar(30)**  
**setor = varchar(30)**

### 5- Diferença -- : Retorna as tuplas presentes em R1 e ausentes em R2

É uma operação que requer como operandos duas relações união-compátíveis, ou seja, estruturalmente idênticas. O resultado é uma relação que possui todas as linhas que existem na primeira relação e não existem na segunda.

Notação : relação1 - relação2 ( R1 - R2 )

ALUNOS (R1)			
id	nome	idade	curso
10	Macoratti	45	Quimica
20	Miriam	43	Artes
30	Bianca	21	Fisica

PROFESSORES (R2)			
id	nome	idade	setor
100	Pedro	50	Quimica
200	Maria	45	Fisica
300	Bianca	21	Artes



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

### 5- Diferença -- : Retorna as tuplas presentes em R1 e ausentes em R2

Ex1 : Apresente uma relação de todos os alunos que não são professores

**Resultado : Aluno - Professor**

id	nome	idade	curso
10	Macoratti	45	Quimica
20	Miriam	43	Artes

**Note-se que a DIFERENÇA não é comutativa !**

**Resultado : Professor - Aluno**

id	nome	idade	setor
100	Pedro	50	Quimica
200	Maria	45	Artes



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

### 6- Interseção $\cap$ : Retorna as tuplas comuns a R1 e R2;

Esta é uma operação adicional que produz como resultado uma tabela que contém, sem repetições, todos os elementos que são comuns às duas tabelas fornecidas como operandos. As tabelas devem ser união-compatíveis.

**Domínio:**  
**id = int**  
**nome = varchar(30)**  
**idade = int**  
**curso = varchar(30)**  
**setor = varchar(30)**

**Notação : relação1  $\cap$  relação2 ( R1  $\cap$  R2 )**

ALUNOS (R1)			
id	nome	idade	curso
10	Macoratti	45	Quimica
20	Miriam	43	Artes
30	Bianca	21	Fisica

PROFESSORES (R2)			
id	nome	idade	setor
100	Pedro	50	Quimica
200	Maria	45	Fisica
300	Bianca	21	Artes



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

**6- Interseção  $\cap$  : Retorna as tuplas comuns a R1 e R2;**

Ex1 : Apresente uma relação de todos os alunos que são professores;

**Resultado : Alunos  $\cap$  Professores**

id	nome	idade	curso
30	Bianca	21	Fisica

Existem operadores de álgebra que são deriváveis de outros. A operação de intersecção é derivável de união e diferença:  $A \cap B = A - (A - B)$

A operação de intersecção é comutativa  $\Rightarrow R1 \cap R2 = R2 \cap R1$



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

**7 - Junção Natural  $|x|$  : Retorna a combinação de tuplas de duas relações R1 e R2 que satisfazem um predicado;**

O resultado da operação junção natural é uma relação com todas as combinações das tuplas na relação1 (R1) e relação2 (R2) nas quais os seus atributos em comum são iguais.

É uma operação que produz uma combinação entre as linhas de uma relação com as linhas correspondentes de outra relação, sendo em princípio correspondente a uma seleção pelos atributos de relacionamento sobre um produto cartesiano dessas relações:

A operação de junção foi criada porque esse tipo de combinação de tabelas é muito comum, facilitando com isso a escrita de expressões. A tabela resultante de uma junção tem todas as colunas da primeira tabela e todas da segunda tabela.

**Notação:  $R1 |x| R2$**



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

**7 - Junção Natural  $\bowtie$  :** Retorna a combinação de tuplas de duas relações R1 e R2 que satisfazem um predicado;

No exemplo a seguir temos as relações **Empregados** e **Setores** a sua junção natural:

EMPREGADOS		
id	nome	setor
100	Macoratti	Admin
200	Jefferson	Contab
300	Bianca	Admin
400	Janice	Contab

SETORES	
setor	gerente
Admin	Paulino
Contab	Amelia
RH	Francisca



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

**7 - Junção Natural  $\bowtie$  :** Retorna a combinação de tuplas de duas relações R1 e R2 que satisfazem um predicado;

No exemplo a seguir temos as relações **Empregados**  $\bowtie$  **Setores** a sua junção natural:

Empregados $\bowtie$ setores			
id	nome	setor	gerente
100	Macoratti	Admin	Paulino
200	Jefferson	Contab	Amelia
300	Bianca	Admin	Paulino
400	Janice	Contab	Amelia

A junção natural pode ser vista como uma combinação de uma operação de seleção aplicada sobre uma operação de produto cartesiano

$\sigma$  <critério> ( <relação1> X <relação2> )



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

### 8 – Renomeação $\rho$ : Altera o nome de uma relação e/ou dos seus atributos

Esta operação unária primitiva redefine o nome de uma tabela em um determinado contexto. É útil para auto-relacionamentos, onde precisamos fazer a junção de uma tabela com ela mesma, e nesse caso cada versão da tabela precisa receber um nome diferente da outra.

**Notação:  $\rho$  <Novo nome> (R)**

Ex1:  $\rho$  <empregados> (funcionarios)

Renomeia a relação funcionarios para empregados.



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

**9 – Divisão  $\div$  :** É uma operação adicional que produz como resultado a projeção de todos os elementos da primeira relação que se relacionam com todos os elementos da segunda relação.

Divisão é uma operação da álgebra relacional utilizada quando se deseja extrair de uma relação R1 uma determinada parte que possui as características (valores de atributos) da relação R2.

**Notação:  $R1 \div R2$**

Ex1: Dada as relações:

Equipes	
id	NomeProjeto
100	Projeto1
200	Projeto2
300	Projeto3
400	Projeto4

Projetos	
NomeProjeto	descricao
Projeto1	Suporte
Projeto2	Desenvolvimento
Projeto3	Manutenção



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

9 – Divisão  $\div$  : É uma operação adicional que produz como resultado a projeção de todos os elementos da primeira relação que se relacionam com todos os elementos da segunda relação.

Resultado:

**Equipes  $\div$  (  $\pi$  <nome\_projeto> (Projetos))**

id	NomeProjeto
100	Projeto1
200	Projeto2
300	Projeto3
400	Projeto4

$\div$

NomeProjeto
Projeto1
Projeto2
Projeto3

$\Rightarrow$

id
100



# Banco de Dados I

## Álgebra e Cálculo Relacional

**10 – Atribuição  $\leftarrow$  : Permite que o conteúdo de uma relação seja atribuído (colocado) em uma variável especial, oferecendo a possibilidade de um tratamento até certo ponto algorítmico para algumas sequências de operações.**

Atribui-se a relação resultante de uma operação à direita de  $\leftarrow$ , a uma variável temporária, à esquerda, a qual poderá ser utilizada em relações subseqüentes.

Notação: variável  $\leftarrow$  operação

Ex1: Resultado  $\leftarrow$  Equipes  $\div$  (  $\pi$  <nome\_projeto> (Projetos))



# Referências

- **Macoratti.net**

[www.macoratti.net/13/06/sql\\_arcb.htm](http://www.macoratti.net/13/06/sql_arcb.htm)